2024

PHYSICS — MINOR

Paper : MN-1

(Basic Physics-I)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১। *যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ ৩×৫

(ক) একটি সরল দোলকের অবকল সমীকরণটি লেখো ও ব্যাখ্যা করো।

(খ) দেখাও যে $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ একে অপরের লম্ব।

(গ) e^{-x^2} অপেক্ষকটির লেখচিত্র আঁকো, যেখানে $-\infty < x < \infty$।

(ঘ) দেখাও যে $\vec{F} = yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}$ বলটি সংরক্ষী বল।

(ঙ) সমতলীয় গোলীয় নির্দেশ তন্ত্রে (r, θ) একটি কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = r\hat{r}$ যেখানে $\hat{r}, r$-এর বৃদ্ধির দিকে একটি একক ভেক্টর। কণাটির গতিবেগ নির্ণয় করো।

(চ) $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ বলের অধীনে একটি কণা (0, 0, 0) থেকে (3, 2, –5) বিন্দুতে গমন করলে কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় করো।

(ছ) ভরকেন্দ্র কী? এর তাৎপর্য লেখো।

(জ) পাস্কালের সূত্র এবং আর্কিমিডিসের নীতি লেখো।

প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্তত ***একটি*** করে প্রশ্ন নিয়ে ***মোট পাঁচটি*** প্রশ্নের উত্তর দাও।

বিভাগ - ক

২। (ক) $\vec{F} = z\hat{j} + x\hat{k}$ ভেক্টরটির (1, –3, 2) বিন্দুতে কার্ল নির্ণয় করো।

(খ) ডাইভারজেন্স সূত্র বিবৃত করো এবং এর গাণিতিক রূপ লেখো।

(গ) $\vec{A} = \left(ax^2y + yz\right)\hat{i} + \left(xy^2 - xz^2\right)\hat{j} + \left(2xyz - 2x^2y^2\right)\hat{k}$ ভেক্টরটির ডাইভারজেন্স নির্ণয় করো। a-এর কোন্ মানের জন্য $\vec{A}$ ভেক্টরটি সলিনয়ডাল হবে? ৪+৪+(২+২)

৩। (ক) (অ) একটি গোলাকার বৃত্তীয় নির্দেশ তন্ত্র (r, θ, ϕ)-এর চিত্র আঁকো। প্রতিটি রাশির সীমা লেখো।

(আ) গোলাকার বৃত্তীয় নির্দেশ তন্ত্রে একক ভেক্টর $\hat{r}$ এবং $\hat{\theta}$-এর রাশিমালা নির্ণয় করো।

(খ) $f(x) = -x^2 + x^4$ অপেক্ষকটির জন্য চরম ও অবম বিন্দুগুলি নির্ণয় করো। (২+২)+৪+৪

৪। (ক) $x = 0$ বিন্দুর সাপেক্ষে $f(x) = \sin x$-এর টেলর সিরিজটি নির্ণয় করো।

(খ) দেখাও যে $dg = xdy + ydx$ একটি সম্পূর্ণ অবকল।

(গ) $f(x) = \log x$ অপেক্ষকটির লেখচিত্র আঁকো।

(ঘ) $(D^2 + 4)\, y(x) = \sin 3x$ (যেখানে $D \equiv \frac{d}{dx}$) অবকল সমীকরণটি সমাধান করো এবং সাধারণ সমাধান লেখো।

৪+২+২+৪

বিভাগ - খ

৫। একটি কণার স্থান ভেক্টর $\vec{r} = \cos\omega t\, \hat{i} + \sin\omega t\, \hat{j}$ যেখানে ω একটি ধ্রুবক। দেখাও যে,

(ক) কণার গতিবেগ $\vec{v}$, $\vec{r}$-এর সাথে লম্ব।

(খ) কণাটির ত্বরণের $\vec{a}$ মান মূলবিন্দু থেকে কণাটির দূরত্বের সমানুপাতিক এবং এটি মূলবিন্দু অভিমুখী।

(গ) $\vec{r} \times \vec{v}$ একটি ধ্রুবক ভেক্টর। ৪+৪+৪

৬। (ক) একটি কণার কৌণিক ভরবেগ সূত্রটি লেখো ও প্রমাণ করো।

(খ) প্রমাণ করো যে-কোনো বলক্ষেত্রে কোনো কণার সরণ ঘটলে ওই কণা দ্বারা কৃতকার্য গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান হয়।

(গ) t সময়ে একটি কণার কৌণিক ভরবেগ $\vec{L} = 6t^2\,\hat{i} - (2t+1)\,\hat{j} + (12t^3 - 8t^2)\,\hat{k}$ । $t = 1$ সময়ে টর্ক নির্ণয় করো।

(ঘ) 2 গ্রাম এবং 10 গ্রাম ভরের দুটি বস্তুর স্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\left(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right)$ এবং $\left(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}\right)$। এদের ভরকেন্দ্রের স্থান ভেক্টর নির্ধারণ করো। ৩+৪+৩+২

৭। (ক) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলক্ষেত্রে গতিশীল কোনো কণার কৌণিক ভরবেগ সর্বদা সংরক্ষিত হয়।

(খ) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলক্ষেত্রে গতি সর্বদা একই সমতলে অবস্থিত হয়।

(গ) গ্রহের গতিসংক্রান্ত কেপলারের সূত্রগুলি বিবৃত করো।

(ঘ) দেখাও যে, বৃত্তাকারে কক্ষপথে সঞ্চারমান উপগ্রহের মোট শক্তির মান স্থিতিশক্তির মানের অর্ধেক। ৩+৩+৩+৩

৮। (ক) সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা নির্ণয় করো।

(খ) একটি সুষম ঘনত্বের নিরেট গোলকের ভিতরের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করো।

(গ) $\vec{F} = \frac{K}{r^2}\hat{r}$ বলের জন্য r দূরত্বে স্থিতিশক্তির রাশি নির্ণয় করো। ২+৬+৪

৯। (ক) মাত্রা বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে স্টোকসের সূত্রটি নির্ণয় করো।

(খ) বার্নৌলির সূত্রটি বিবৃত করো ও প্রমাণ করো।

(গ) অসংনম্য প্রবাহী কী? ৪+৬+২

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

1. Answer ***any five*** questions : 3×5

(a) Write down the differential equation of a simple harmonic motion and explain.

(b) Show that $\vec{A} = \hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ are mutually perpendicular.

(c) Draw the graph of the function : e^{-x^2}; where $-\infty < x < \infty$.

(d) Show that the following force is conservative : $\vec{F} = yz\hat{i} + xz\hat{j} + xy\hat{k}$.

(e) The position vector of a particle in plane polar coordinate (r, θ) is $\vec{r} = r\hat{r}$, where $\hat{r}$ is a unit vector in the direction of increasing r. Find the velocity of the particle.

(f) Find the work done in moving an particle from (0, 0, 0) to (3, 2, –5) if the applied force is $\vec{F} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$.

(g) What is centre of mass? Explain its significance.

(h) Write down Pascal's Law and Archimedes principle.

Answer ***any five*** questions, taking at least ***one*** question from ***each Group.***

Group - A

2. (a) Find the curl of the vector $\vec{F} = z\hat{j} + x\hat{k}$ at (1, –3, 2).

(b) State Divergence theorem and write down its mathematical form.

(c) Find the divergence of the vector $\vec{A} = \left(ax^2y + yz\right)\hat{i} + \left(xy^2 - xz^2\right)\hat{j} + \left(2xyz - 2x^2y^2\right)\hat{k}$.

Find the value of 'a' for which $\vec{A}$ is solenoidal. 4+4+(2+2)

3. (a) (i) Draw a spherical polar coordinate system (r, θ, ϕ). Indicate the range of each coordinates.

(ii) Find the unit vectors $\hat{r}$ and $\hat{\theta}$ in spherical polar coordinate system.

(b) Find the point of Maxima and Minima of the function $f(x) = -x^2 + x^4$. (2+2)+4+4

4. (a) Determine the Taylor series about $x = 0$ for $f(x) = \sin x$.
(b) Show that the following differential is an exact differential : $dg = xdy + ydx$.
(c) Plot the function $f(x) = \log x$.
(d) Solve the equation $(D^2 + 4)\, y(x) = \sin 3x$ (where $D \equiv \frac{d}{dx}$) and find the general solution.

4+2+2+4

Group - B

5. The position vector of a particle is given by $\vec{r} = \cos\omega t\,\hat{i} + \sin\omega t\,\hat{j}$, where ω is constant.

Show that —

(a) the velocity $\vec{v}$ of the particle is perpendicular to $\vec{r}$
(b) the acceleration $\vec{a}$ has the magnitude proportional to the distance from the origin and is directed towards the origin.
(c) $\vec{r} \times \vec{v}$ is a constant vector. 4+4+4

6. (a) State and prove the angular momentum conservation rule for a particle.
(b) Prove that in a force field if a particle is displaced, then the work done by the particle is equal to the change in kinetic energy.
(c) The angular momentum of a particle is given as a function of time t by

$$\vec{L} = 6t^2\,\hat{i} - (2t + 1)\,\hat{j} + (12t^3 - 8t^2)\,\hat{k}.$$

Find the torque at the time $t = 1$.
(d) Two bodies of masses 2 gm and 10 gm have position vectors $\left(3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}\right)$ and $\left(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}\right)$ respectively. Find the position vector of centre of mass. 3+4+3+2

7. (a) Show that the angular momentum is conserved for motion under central force.
(b) Show that the motion under a central force is planar.
(c) State Kepler's Laws of planetary motion.
(d) Show that the total energy of a satellite in a circular orbit is half its potential energy in magnitude.

3+3+3+3

8. (a) Find the dimension of universal gravitational constant.
(b) Find the gravitational intensity at a point inside a solid sphere of uniform density.
(c) Calculate the corresponding potential energy at a distance r for a force field given by $\vec{F} = \frac{K}{r^2}\hat{r}$.

2+6+4

9. (a) Derive Stokes Law from dimensional analysis.
(b) State and prove Bernoulli's theorem.
(c) What is incompressible fluid? 4+6+2