2025

MATHEMATICS — MDC

Paper : CC-4

(Mechanics)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

বিভাগ - ক

১। ***যে-কোনো ছয়টি*** প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ ২×৬

(ক) বলের ভ্রামক বলতে কী বোঝো?

(খ) Lami-এর উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

(গ) কোনো কণার বেগ x দূরত্বে O বিন্দু থেকে $v^2 = a - bx^2$ (a ও b ধ্রুবক), কণাটির S.H.M-এর পর্যায়কাল নির্ণয় করো।

(ঘ) একটি কণা অভিকর্ষে পতিত হলে (অভিকর্ষ ধ্রুবক ধরা হয়েছে) এবং মাধ্যমের প্রতিরোধ কণার বেগের বর্গের সমান। কণার টার্মিনাল বেগ নির্ণয় করো।

(ঙ) একটি কণা বক্ররেখা $p^2 = ar$ বর্ণনা করে, যেখানে F বলটি পোলের দিকে, বলের সূত্রটি নির্ণয় করো।

(চ) ঘাত বল বলতে কী বোঝো?

(ছ) একটি ট্রেনকে V ft/sec সমগতিতে এবং P lb-wt বলের বিরুদ্ধে টেনে নিয়ে যাওয়ার জন্য একটি ইঞ্জিনের অশ্বশক্তি নির্ণয় করো।

(জ) নিউটনের সংঘর্ষের সূত্রটি বিবৃত করো।

(ঝ) মুক্তিবেগ কাকে বলে? এর আসন্ন মান কত?

(ঞ) দেখাও যে একটি কণার গতিশক্তির পরিবর্তনের হার তার ক্ষমতার সমান।

বিভাগ - খ

২। ***যে-কোনো সাতটি*** প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ ৬×৭

(ক) একটি সমবিন্দু বলতন্ত্রের প্রয়োজনীয় এবং যথেষ্ট শর্তাবলী বিবৃত করো এবং প্রমাণ করো।

(খ) ভ্যারিগননের ভ্রামকের উপপাদ্যটি বিবৃত করো। একটি ত্রিভুজ ABC-এর তিনটি বাহু BC, CA এবং AB বরাবর যথাক্রমে তিনটি বল P, Q এবং R ক্রিয়াশীল। যদি লব্ধবলটি অন্তঃকেন্দ্র দিয়ে যায়, তবে দেখাও যে $P + Q + R = 0$.

(গ) একটি বস্তুকণা kv^3 মন্দন সৃষ্টিকারী একটি বাধার অধীনে সরলরেখায় গতিশীল অবস্থায় রয়েছে। বস্তুকণাটির গতিবেগ v এবং k একটি ধ্রুবক হলে

দেখাও যে, $v = \dfrac{u}{(1+ksu)}$, যেখানে u হল কণাটির প্রাথমিক গতিবেগ।

(ঘ) ভর m-এর একটি কণা সরলরেখায় mn^2x আকর্ষণ বলের অধীনে একটি নির্দিষ্ট কেন্দ্রের দিকে চলে, যেখানে x হল নির্দিষ্ট কেন্দ্র থেকে দূরত্ব। a দূরত্ব থেকে V বেগে কেন্দ্রের দিকে নিক্ষিপ্ত হলে দেখাও, এটি $\dfrac{1}{n}\tan^{-1}\left(\dfrac{na}{V}\right)$ সময়ে কেন্দ্রে পৌঁছাবে।

(ঙ) একটি কণা বলের কেন্দ্র থেকে x দূরত্বে $\mu\left(x+\dfrac{a^4}{x^2}\right)$ ত্বরণ নিয়ে বলের কেন্দ্রের দিকে এগিয়ে যাচ্ছে, কণাটি যদি a দূরত্ব থেকে যাত্রা শুরু করে তবে দেখাও যে, কণাটি বলের কেন্দ্রে $\dfrac{\pi}{4}\sqrt{\mu}$ সময়ে পৌঁছাবে।

(চ) একটি কণা u বেগে উল্লম্বভাবে ঊর্ধ্বে নিক্ষিপ্ত হয়, যেখানে প্রতিরোধ বেগের বর্গের সমান। t সময়ে বেগ v হলে,

দেখাও $\tan^{-1}\left(\dfrac{v}{c}\right) = \tan^{-1}\left(\dfrac{u}{c}\right) - \dfrac{gt}{c}$, যেখানে c টার্মিনাল বেগ।

(ছ) একটি ১০ টন ওজনের গাড়ির জন্য কত অক্ষশক্তির প্রয়োজন, যদি সেটি স্থির অবস্থার থেকে ৩০ সেকেন্ডে ৩০ মাইল প্রতি ঘণ্টা বেগে পৌঁছাতে হয়, ১:২০০ নতি যেখানে ঘর্ষণ প্রতিরোধ বল ২০ পাউন্ড ওয়েট/টন।

(জ) প্রমাণ করো যে, m ভরের একটি বস্তুকণা যদি ভূমি থেকে h উচ্চতা থেকে অভিকর্ষের অধীনে পতনশীল হয়, তবে কণাটির গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির যোগফল গতিপথের যে-কোনো বিন্দুতে ধ্রুবক থাকে।

(ঝ) একটি কণা সরলরেখায় চলে এবং একটি বল দ্বারা ক্রিয়াশীল, যা নির্দিষ্ট হারে কাজ করে এবং u থেকে v বেগে পরিবর্তিত হয় x দূরত্বে। দেখাও, কণাটি $t = \dfrac{3x(u+v)}{2(u^2+uv+v^2)}$ সময় নেয়।

(ঞ) ভর (m_1+m_2) একটি বস্তু অভ্যন্তরীণ বিস্ফোরণে m_1 ও m_2 ভাগে বিভক্ত হয়, বিস্ফোরণে গতিশক্তি E উৎপন্ন হয়। দেখাও, বিস্ফোরণের পরে উভয় অংশ পূর্বের রেখা বরাবর চললে তাদের আপেক্ষিক বেগ $\sqrt{2E\left(\dfrac{m_1+m_2}{m_1m_2}\right)}$ ।

(ট) m ভর এবং e প্রত্যবস্থান গুণাঙ্কযুক্ত (coefficient of restitution) একটি মসৃণ গোলক একটি স্থির অনুভূমিক তলকে সরাসরি আঘাত করলে গোলকটির সংঘর্ষের পরবর্তী গতিপথ নির্ণয় করো।

বিভাগ - গ

৩। *যে-কোনো তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ ৭×৩

(ক) একটি কণা $x^2 = 8y$ প্যারাবোলা বর্ণনা করে, যেখানে বল সর্বদা y-অক্ষের লম্ব। বলের সূত্র ও যে-কোনো বিন্দুতে বেগ নির্ণয় করো।

(খ) বেগ ও ত্বরণের স্পর্শক ও লম্ব অংশ নির্ণয় করো।

(গ) F হল অ্যাপ্সে বল এবং v হল সেখানে বেগ, তাহলে $r = a(1 - \cos\theta)$ কার্ডিওয়েড পথে বলের সূত্র নির্ণয় করো এবং দেখাও যে $3v^2 = 4aF$ ।

(ঘ) একটি কণা প্রতি একক ভরে $\{ \mu \div (\text{দূরত্ব})^2 \}$ বিকর্ষণ বলের অধীনে সরলরেখায় চলমান যেখানে μ একটি ধ্রুবক। কণাটি স্থিরবিন্দু O থেকে a দূরত্বে স্থিরাবস্থা থেকে যাত্রা শুরু করলে t সময়ে কণাটির গতিবেগ নির্ণয় করো।

(ঙ) একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকারে কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে 90 মিনিট সময় নেয়। পৃথিবীকে 6370 কি.মি. ব্যাসার্ধের একটি গোলক এবং উপগ্রহের কক্ষপথে g-এর মান 980 সেমি/(সেকেন্ড)^2 ধরলে পৃথিবী থেকে উপগ্রহটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

(চ) একটি কণা একটি সমতল বক্ররেখা বর্ণনা করে এবং সর্বদা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর দিকে চলে। পথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Group - A

1. Answer ***any six*** questions : 2×6

(a) What is moment of force?

(b) State the Lami's theorem.

(c) The velocity of a particle distant x from a fixed point O is given by $v^2 = a - bx^2$, where a and b are constants. Find the time period of S.H.M.

(d) If a particle falls under gravity (assuming gravity is uniform) in a medium where resistance is square of the velocity of the particle. Find the terminal velocity.

(e) A particle describes the curve $p^2 = ar$ under a force F to the pole. Find the law of force.

(f) What is impulsive force?

(g) Find the Horsepower of an engine which draws a train at a uniform rate of V ft / sec against a resistance of P lb-wt.

(h) State the Newton's Law of Collision.

(i) What is escape velocity? What is it approximate value?

(j) Show that the rate of change of kinetic energy of particle is equal to its power.

Group - B

2. Answer ***any seven*** questions : 6×7

(a) State and prove the necessary and sufficient conditions for a concurrent force system.

(b) State Varignon's Theorem of Moments. Three forces P, Q, R act along the sides of BC, CA and AB of a triangle ABC taken in order. Then show that, if the resultant passes through the incentre, then $P + Q + R = 0$.

(c) A particle moving in a straight line subject to a resistance which produces the retardation kv^3, where v is the velocity and k is a constant. Show that $v = \frac{u}{(1+ksu)}$, where u is the initial velocity.

(d) If a particle of mass m moves in a straight line under an attractive force mn^2x towards a fixed point on the line, when at a distance x from it. It is projected with a velocity V towards the centre of force from the initial distance a from it. Prove that it reaches the centre of force in time $\frac{1}{n}\tan^{-1}\left(\frac{na}{V}\right)$.

(e) A particle moves towards a centre of force, the acceleration at a distance x being given $\mu\left(x + \frac{a^4}{x^2}\right)$; if it starts at a distance a, show that it will arrive at the centre in time $\frac{\pi}{4}\sqrt{\mu}$.

(f) If a particle is projected vertically upwards with a velocity u in a medium whose resistance varies as the square of the velocity. If v is the velocity at any time t, then show that $\tan^{-1}\left(\frac{v}{c}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{u}{c}\right) - \frac{gt}{c}$, where c is the terminal velocity.

(g) Find the horse power required for a car weighing 10 tons if it has to attain a speed of 30 mph in 30 second from rest up an incline 1 in 200, the frictional resistance being 20 lb wt/ton.

(h) Prove that for a particle of mass m falling from rest under gravity from a height h above the ground, the sum of the K.E. and the P.E. of the particle is constant at every point of its path.

(i) If a particle moving in a straight line is acted upon by force which works at a constant rate and changes its velocity from u to v in passing over a distance x. Prove that the time taken is

$$t = \frac{3x(u+v)}{2(u^2 + uv + v^2)}.$$

(j) A body of mass $(m_1 + m_2)$ is split into two parts of masses m_1 and m_2 by an internal explosion which generates kinetic energy E. Show that if after explosion the parts move in the same line as before, their relative speed is

$$\sqrt{2E\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}\right)}\,.$$

(k) A smooth sphere of mass m and coefficient of restitution e impinges directly on a fixed horizontal plane. Find the motion of the sphere after impact.

Group - C

3. Answer ***any three*** questions : 7×3

(a) If a particle describes a parabola $x^2 = 8y$ under a force always perpendicular to the y axis. Find the law of force and the velocity at any point of its orbit.

(b) Derive tangential and normal components of velocity and acceleration.

(c) If F is the force at apse and v is the velocity there, then find the law of force to the pole when the path is cardioid $r = a(1 - \cos\theta)$ and also show that $3v^2 = 4aF$.

(d) A particle moves from rest in a straight line at a distance 'a' from a fixed point O in the line under the repulsive force $\{\mu \div (\text{distance})^2\}$ per unit mass. Determine the velocity of the particle at any time t.

(e) An artificial satellite goes round the earth in 90 minutes in a circular orbit. Calculate the height of the satellite above the earth, taking the earth to be a sphere of radius 6370 km and g at the orbit of the satellite to be 980 cm/sec^2.

(f) Derive the equation of path of a particle which describes a plane curve and the particle always directed towards a fixed point on the plane.