

2025

MATHEMATICS — MDC

Paper : CC-6

(Statistics and Numerical Analysis)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

বিভাগ - ক

অংশ - ১

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। (ক) ঘটনা A এবং B -এর মধ্যে ঠিক একটি ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা দেখাও যে : $P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$ ।

(খ) যদি A এবং B দুটি স্বাধীন ঘটনা হয়, তবে প্রমাণ করো \bar{A} এবং \bar{B} স্বাধীন ঘটনা হবে।

৩+২

২। ঘটনা A এবং B এমন যে, $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{2}$, $P(A|B) = \frac{1}{4}$ । $P(\bar{A}|\bar{B})$ এবং $P(A|B) + P(A|\bar{B})$ নির্ণয় করো।

৫

৩। (ক) Baye's-এর উপপাদ্যটি বিবৃতি দাও।

(খ) দুটি অভিন্ন পাত্রের, প্রথম পাত্রে ৪টি সাদা ও ৩টি লাল বল আছে। দ্বিতীয় পাত্রে ৩টি সাদা ও ৭টি লাল বল আছে। যে-কোনো একটি পাত্র থেকে যথেষ্টভাবে একটি বল তোলা হল। যদি বলটি সাদা হয়, তবে বলটি প্রথম পাত্র থেকে তোলার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

২+৩

৪। প্রদত্ত অপেক্ষক $f(x) = ax(2-x)$, $0 \leq x \leq 2$
= 0, অন্যত্র,

একটি সম্ভাবনাঘনত্ব অপেক্ষক। এই নিবেশনটির a , $E(X)$ এবং $\text{Var}(2-3X)$ নির্ণয় করো।

১+২+২

৫। প্রদত্ত অপেক্ষক $f(x) = Kx^2(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$
= 0, অন্যত্র

একটি সম্ভাবনাঘনত্ব অপেক্ষক। এই নিবেশনটির K এবং গড় নির্ণয় করো।

২+৩

৬। একটি তেজস্ক্রিয় উৎস গড়ে প্রতি সেকেন্ডে ২.৫ কণা নির্গত করে। ৪ সেকেন্ড সময়ের মধ্যে ৩ টি বা তার বেশি কণা নির্গত হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

৫

Please Turn Over

(4165)

৭। দ্বিমাত্রিক দৈব চলক (X, Y) -এর যৌথ ঘনত্ব অপেক্ষক দেওয়া আছে $f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{অন্যত্র} \end{cases}$ ।

(ক) X ও Y -এর প্রান্তিক ঘনত্ব অপেক্ষক নির্ণয় করো।

(খ) শর্তাধীন ঘনত্ব অপেক্ষক $f_X(x|y)$ যখন $Y = y$ এবং $f_Y(y|x)$ যখন $X = y$ নির্ণয় করো।

২+৩

৮। একটি কলেজের ছাত্রদের ওজন স্বাভাবিক বন্টন অনুসরণ করে, যেখানে গড় $(m) = 40$ কেজি, মানক বিচ্যুতি $(\sigma) = 5$ কেজি। যে ছাত্রদের ওজন

(ক) 40 কেজির বেশি

(খ) 50 কেজির বেশি

(গ) 38 কেজি ও 52 কেজির মধ্যে,

তাদের শতকরা হার নির্ণয় করো।

$$\left[\text{দেওয়া আছে: } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-t^2/2} dt = \begin{cases} 0.9772; a=2 \\ 0.6554; a=0.4 \\ 0.9918; a=2.4 \end{cases} \right.$$

১+২+২

৯। যদি $4x + y = 52$ এবং $x + y = 32$ যথাক্রমে x -এর y -এর উপর এবং y -এর x -এর উপর নির্ভর রেখা হয়, তবে সহগাঙ্ক নির্ণয় করো (x এবং y -এর)।

৫

অংশ - ২

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১০। নিম্নের রাশি তথ্যমালার অনুক্ত পরিসংখ্যা নির্ণয় করো। প্রদত্ত আছে যৌগিক গড় 28.8।

নম্বর	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ছাত্রদের সংখ্যা	4	6	20	?	7	3

৫

১১। x ও y -এর সহগাঙ্ক নির্ণয় করো নিম্নলিখিত তথ্যের সাহায্যে :

x	11	12	13	14	15	18
y	13	12	15	14	11	12

৫

১২। একটি জনসমষ্টির একটি দৈবচলক X -এর বন্টন দেওয়া আছে; $P(X=0) = P(X=1) = \frac{1}{2}$ । এই জনসমষ্টি থেকে একটি দৈব নমুনা (x_1, x_2, x_3, x_4) নেওয়া হল। প্রমাণ করো যে, X -এর কাল্পনিক জনসমষ্টি থেকে প্রাপ্ত পরিসংখ্যান

$$t = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \text{-এর}$$

স্যাম্পলিং বন্টন (Sampling distribution) একটি বাইনোমিয়াল বন্টন (Binomial distribution) $\left(4, \frac{1}{2}\right)$ ।

৫

১৩। দৈবচলক X একটি স্বাভাবিক বন্টনে বন্টিত, যার গড় (mean) = 68 সেমি. এবং মানক বিচ্যুতি (S.D.) = 2.5 সেমি। নমুনার আকার কত হলে নমুনা গড় (sample mean) জনসমষ্টির গড় থেকে 1 সেমি-র বেশি পার্থক্য না করে— তার সম্ভাবনা হবে 0.95? (দেওয়া আছে Standard normal curve-এর অর্ডিনেটের ডান দিকে 1.96-এর ক্ষেত্রফল = 0.025)। ৫

১৪। একটি পার্বত্য অঞ্চলের 60 দিনের নথিভুক্ত গড় তাপমাত্রা নিম্নলিখিত তালিকায় দেওয়া হল :

তাপমাত্রা (সেলসিয়াস)	দিনসংখ্যা
-2.50 – 0.00	3
0.00 – 2.50	5
2.50 – 5.00	9
5.00 – 7.50	13
7.50 – 10.00	15
10.00 – 12.50	10
12.50 – 15.00	4
15.00 – 17.50	1

গড় (mean) এবং ভেদমান (variance) নির্ণয় করো।

৩+২

১৫। মানক বিচ্যুতি (S.D.) নীচের তথ্যের সাহায্যে নির্ণয় করো :

শ্রেণি বিভাগ	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
পরিসংখ্যা	12	18	30	25	15

৫

১৬। কোনো বিভাজনের 2 সাপেক্ষে প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় ভ্রামক যথাক্রমে 1, 16 এবং 40 হলে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয়কেন্দ্রিক ভ্রামক নির্ণয় করো। ভ্রামকভিত্তিক প্রতিবৈষম্যের পরিমাপ কত? ৫

১৭। একটি কারখানার শ্রমিকদের মজুরি স্বাভাবিক বন্টনে বন্টিত বলে ধরা হল, যেখানে গড় মজুরি m এবং ভেদমান 25। 25 জন শ্রমিকের একটি দৈব নমুনায় মোট মজুরি পাওয়া গেছে 1250 একক। 1% তাৎপর্যস্তরে শূন্য অনুমান (null hypothesis) $m = 52$ -এর বিপক্ষে বিকল্প অনুমান $m = 49$ পরীক্ষা করো।

$$\left[\text{দেওয়া আছে : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-2.32} e^{-u^2/2} du = 0.01 \right]$$

৫

১৮। (2.3, -0.2, -0.4, -0.9) প্রদত্ত এই নমুনা থেকে একটি নর্মাণ সমগ্রকের গড়ের 95% আস্থা-অন্তর নির্ণয় করো, যেখানে সমগ্রকের $\sigma = 3$, [এটি দেওয়া আছে যে, $P(U > 1.960) = 0.025$ যেখানে U একটি (0, 1) নর্মাণ চালক]। ৫

বিভাগ - খ

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১৯। $\frac{2}{3}$ -এর একটি আনুমানিক মান লেখ, যা পাঁচটি গুরুত্বপূর্ণ অঙ্ক পর্যন্ত সঠিক। এরপর পরম ত্রুটি (absolute error), আপেক্ষিক ত্রুটি (relative error) এবং শতকরা ত্রুটি (percentage error) নির্ণয় করো। ২+২+১

Please Turn Over

২০। (ক) দেখাও যে, $\Delta^3 = E^3 - 3E^2 + 3E - 1$, Δ , E প্রচলিত অর্থ বহন করে।

(খ) প্রদত্ত $f(-1)=1, f(0)=1, f(2)=-5, f(1)$ -এর মান নির্ণয় করো।

৩+২

২১। নীচের তথ্যের ভিত্তিতে $f(0.5)$ মান নির্ণয় করো :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	7	26	63	124

৫

২২। $y = \sin \pi x$ অপেক্ষকের ইনটারপোলেশন পলিনোমিয়াল গঠন করো, যেখানে বিন্দুগুলি নেওয়া হল

$$x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{6}, x_2 = \frac{1}{2}$$

(Lagrange Interpolation সূত্র ব্যবহার করে)।

৫

২৩। অন্তরালটি 10টি সমান ভাগে ভাগ করে Simpson's $\frac{1}{3}$ rule-এর দ্বারা $\int_0^1 (4x - 3x^2) dx$ -এর আসন্ন তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় করো।

৫

২৪। সমদ্বিখণ্ডন সূত্র প্রয়োগ করে (2, 3) অন্তরাল $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজের চার দশমিক স্থান পর্যন্ত সঠিক মান নির্ণয় করো।

৫

২৫। Newton-Raphson পদ্ধতি ব্যবহার করে $x + \log x - 2 = 0$ সমীকরণটির একটি ধনাত্মক চারটি শুদ্ধ সার্থক অঙ্কবিশিষ্ট বীজ নির্ণয় করো।

৫

২৬। (ক) Newton-Raphson পদ্ধতির জ্যামিতিক তাৎপর্য লেখো।

(খ) দেখাও যে, $\Delta \cdot \nabla f(x) = (\Delta - \nabla)f(x)$

Δ , ∇ প্রচলিত অর্থ বহন করে।

২+৩

২৭। Gauss Elimination পদ্ধতিতে নিম্নলিখিত সমীকরণসমূহের সমাধান নির্ণয় করো :

$$x + 2y + z = 0$$

$$2x + 2y + 3z = 3$$

$$-x - 3y = 2.$$

৫

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Group - A**Part - I**

Answer *any five* questions.

1. (a) Show that the probability that exactly one of the events A and B occurs is $P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.
 (b) If A and B are independent events, prove that \bar{A} and \bar{B} are also independent. 3+2

2. Consider events A and B such that $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{2}$, $P(A|B) = \frac{1}{4}$. Find $P(\bar{A}|\bar{B})$ and $P(A|B) + P(A|\bar{B})$. 5

3. (a) State Baye's theorem.
 (b) There are two identical urns containing 4 white and 3 red balls; 3 white and 7 red balls. An urn is chosen at random and a ball is drawn from it. What is the probability that it is from the first urn if the ball drawn is white? 2+3

4. A random variable X has the probability density function $f(x) = ax(2-x)$, $0 \leq x \leq 2$.
 $= 0$, elsewhere
 Find a , $E(X)$ and $\text{Var}(2-3X)$. 1+2+2

5. The probability density function of a random variable X is given by
 $f(x) = Kx^2(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$
 $= 0$, elsewhere.
 Determine K and find mean of X . 2+3

6. A radioactive source emits on the average 2.5 particles per second. Calculate the probability that 3 or more particles will be emitted in an interval of 4 seconds. 5

7. The density function of a two-dimensional random variable (X, Y) is given by

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Find (i) the marginal density functions of X and Y .

- (ii) the conditional density function $f_X(x|y)$ of X , given $Y=y$ and the conditional density function $f_Y(y|x)$ of Y , given $X=y$. 2+3

Please Turn Over

8. The weight of students in a college is normally distributed with $m = 40$ kg and Standard Deviation $\sigma = 5$ kg. Find the percentage of the students that have weight
- greater than 40 kg
 - greater than 50 kg
 - between 38 kg and 52 kg.

$$\left[\text{Given that : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-t^2/2} dt = \begin{cases} 0.9772; & \text{when } a = 2 \\ 0.6554; & \text{when } a = 0.4 \\ 0.9918; & \text{when } a = 2.4 \end{cases} \right. \quad 1+2+2$$

9. If the lines $4x + y = 52$ and $x + y = 32$ be the regression lines of x on y and y on x respectively. Obtain the correlation coefficient. 5

Part - II

Answer *any five* questions.

10. The Arithmetic Mean of the following distribution is 28.8. Find the missing frequency :

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
No. of Students	4	6	20	?	7	3

5

11. Find the correlation coefficient between x and y from the following data :

x	11	12	13	14	15	18
y	13	12	15	14	11	12

5

12. The distribution of a population random variable X is given by $P(X=0) = P(X=1) = \frac{1}{2}$. A random sample (x_1, x_2, x_3, x_4) of size 4 is taken from the hypothetical population of X . Show that the sampling distribution of the statistic $t = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ is a binomial $\left(4, \frac{1}{2}\right)$ distribution. 5
13. The variable X is normally distributed with mean 68 cm and S.D. 2.5 cms. What should be the size of the sample whose mean shall not differ from the population mean by more than 1 cm. with probability 0.95? 5

[Given that the area under standard normal curve to the right of the ordinate at 1.96 is 0.025.]

14. The average temperature of the day of a hilly region were recorded for 60 days as follows :

Temperature in Celsius	No. of Days
-2.50 – 0.00	3
0.00 – 2.50	5
2.50 – 5.00	9
5.00 – 7.50	13
7.50 – 10.00	15
10.00 – 12.50	10
12.50 – 15.00	4
15.00 – 17.50	1

Find mean and variance.

3+2

15. Calculate the Standard Deviation of the following distribution :

Class Interval	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49
Frequency	12	18	30	25	15

5

16. If the first, second and third moments of a distribution about 2 are 1, 16 and 40 respectively, then find the first, second and third central moments and moment measure of skewness of the distribution. 5
17. The wages of a factory workers assumed to be normally distributed with mean m and variance 25. A random sample of 25 workers gives the total wages equal to 1250 units. Test the null hypothesis

$m = 52$ against the alternative $m = 49$ at 1% level of significance. [Given: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-2.32} e^{-u^2/2} du = 0.01$].

5

18. Find a 95% confidence interval for the mean of a normal distribution with $\sigma = 3$, given the sample (2.3, -0.2, -0.4, -0.9). [Given $P(U > 1.960) = 0.025$, where U is $N(0, 1)$ variate]. 5

Group - B

Answer *any five* questions.

19. Write down approximate representation of $\frac{2}{3}$ correct up to five significant figures and then find absolute, relative and percentage errors. 2+2+1
20. (a) Show that $\Delta^3 = E^3 - 3E^2 + 3E - 1$, Δ , E have their usual meaning. 3+2
- (b) Given $f(-1) = 1$, $f(0) = 1$, $f(2) = -5$, find $f(1)$.

Please Turn Over

21. Find $f(0.5)$ from the following table :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	7	26	63	124

5

22. Construct the interpolation polynomial for the function $y = \sin \pi x$, choosing the points

$$x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{6}, x_2 = \frac{1}{2}. \text{ (Using Lagrange's interpolation formula.)}$$

5

23. Evaluate approximately upto three places of decimals, the integral $\int_0^1 (4x - 3x^2) dx$ taking 10 equal

sub-intervals by Simpson's $\frac{1}{3}$ Rule.

5

24. Use the method of bisection to compute a real root of $x^3 - 4x - 9 = 0$ between 2 and 3 upto four decimal places.

5

25. Use Newton-Raphson method to find a positive root of $x + \log x - 2 = 0$, correct upto four significant figures.

5

26. (a) Give the geometrical significance of Newton-Raphson method.

(b) Show that $\Delta \cdot \nabla f(x) = (\Delta - \nabla)f(x)$, under usual notation.

2+3

27. Solve the following system of equations by Gauss elimination method :

$$x + 2y + z = 0$$

$$2x + 2y + 3z = 3$$

$$-x - 3y = 2.$$

5