

2025

PHYSICS — MDC

Paper : MN - 1

(Basic Physics - I)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩×৫

(ক) মূল্যায়ন করো $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 2x - 15}$ ।

(খ) $\frac{dy}{dx} + y = x$ সমীকরণের integrating factor নির্ণয় করো।

(গ) $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টরদ্বয়ের সঙ্গে লম্ব একক ভেক্টর কী হবে?

(ঘ) যদি $\phi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ হয়, তাহলে $\nabla\phi$ কত হবে?

(ঙ) \hat{i} এবং \hat{j} -এর সাপেক্ষে \hat{r} এবং $\hat{\theta}$ -এর রাশিমালা লেখো। দেখাও যে, $\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$ (প্রতীকগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত)।

(চ) দেখাও যে, সংরক্ষী বলক্ষেত্রের জন্য কোনো আবদ্ধ পথে মোট কৃতকার্যের মান শূন্য।

(ছ) গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র তিনটি লেখো।

(জ) মাত্রিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রবাহীর মধ্য দিয়ে গতিশীল কোন গোলকের জন্য স্টোকসের সূত্রটি প্রতিষ্ঠা করো।

প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্তত একটি করে নিয়ে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

বিভাগ - ক

২। (ক) x -এর সাপেক্ষে $f(x) = \frac{1}{x-1}$ -এর লেখচিত্র আঁকো।

(খ) যদি $f(x, y) = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$ হয়, তাহলে প্রমাণ করো $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 3f(x, y)$ ।

(গ) $x = 1$ বিন্দুর সাপেক্ষে $f(x) = \frac{1}{x^2}$ -এর টেলর বিস্তৃতি নির্ণয় করো।

(ঘ) $\frac{dy}{dx} = \frac{5-3x^2y}{x^3}$ সমীকরণটি exact কিনা নির্ণয় করো এবং সমীকরণটি সমাধান করো।

২+২+৪+(১+৩)

Please Turn Over

(5358)

- ৩। (ক) $(2, -1, 2)$ বিন্দুতে $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ এবং $z = x^2 + y^2 - 3$ এই দুটি তলের উপর একক অভিলম্ব ভেক্টর নির্ণয় করো এবং ঐ বিন্দুতে উপরিউক্ত তল দুটির মধ্যে কোণ নির্ণয় করো।
- (খ) $(3, 1, -2)$ বিন্দুতে $\phi = x^2y^2z^4$ -এর ডিরেকশনাল ডেরিভেটিভের মান কোন দিকে সর্বোচ্চ হবে? সর্বোচ্চ মানটি নির্ণয় করো।
- (গ) গাউসের ডাইভারজেন্স সূত্রটি বিবৃত করো। (২+২+২)+৪+২

- ৪। (ক) দেখাও যে, নিম্নলিখিত ভেক্টর ক্ষেত্রটি

$$\vec{A} = 3x^2y\hat{i} + (x^3 - 2yz^2)\hat{j} + (3z^2 - 2y^2z)\hat{k}$$

অঘূর্ণনশীল কিন্তু সর্বত্র সলিনয়ডাল নয়।

$\nabla\phi = \vec{A}$ হলে ϕ -এর মান নির্ণয় করো।

- (খ) গোলীয় পোলার নির্দেশতন্ত্র (r, θ, ϕ) চিত্র অঙ্কন করো। কার্টেসিয়ান নির্দেশতন্ত্রের স্থানাঙ্কের (x, y, z) সাথে গোলীয় পোলার স্থানাঙ্কের (r, θ, ϕ) সম্পর্কগুলি লেখো। (২+২+২)+(৩+৩)

বিভাগ - খ

- ৫। (ক) একটি কণার জন্য কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি লেখো ও প্রমাণ করো।
- (খ) $t = 1$ সেকেন্ড সময়ে $\vec{L} = 6t^2\hat{i} - (2t+1)\hat{j} + (12t^3 - 8t^2)\hat{k}$ ভরবেগে গতিশীল কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত টর্ক নির্ণয় করো।
- (গ) m_1 ভরের একটি গতিশীল বস্তুর সাথে m_2 ভরের একটি স্থির বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ফলে m_1 ভরের বলটির গতিশক্তির পরিবর্তন নির্ণয় করো।
- (ঘ) একটি বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল এবং তার ভরবেগের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করো, যদি ভরবেগ হয় $\vec{p} = \hat{i}2\cos\omega t + \hat{j}2\sin\omega t$ । ৪+২+৪+২

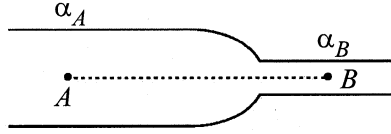
- ৬। (ক) $\vec{F} = (5xy - 6x^2)\hat{i} + (2y - 4x)\hat{j}$ বলক্ষেত্রে $y = x^3$ বক্র বরাবর কোনো কণাকে $(0, 0)$ থেকে $(2, 8)$ বিন্দুতে সরাবার জন্য কৃতকার্যের পরিমাণ নির্ণয় করো।
- (খ) বস্তুসমষ্টির ভরকেন্দ্র বলতে কী বোঝো? ভরকেন্দ্রের রাশিমালা লেখো। দেখাও যে, একটি বস্তুসমষ্টির ক্ষেত্রে ভরকেন্দ্র একটি অনন্য বা অদ্বিতীয় বিন্দু।
- (গ) তিনটি সমান ভরের বস্তুকণা একটি সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত। কণাসমষ্টির ভরকেন্দ্র নির্ণয় করো। ৪+(২+৩)+৩

- ৭। (ক) সুস্থিত সাম্যবিন্দু ও অস্থিত সাম্যবিন্দু কাকে বলে? একটি কণার বিভব অপেক্ষক হল $U(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 48x$ । সুস্থিত সাম্যবিন্দু ও অস্থিত সাম্যবিন্দুগুলি নির্ণয় করো।
- (খ) সরল দোলগতিতে গতিশীল কোনো কণার গতিপথের যে-কোনো অবস্থানে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় করো। দেখাও যে, মোট শক্তি ধ্রুবক। কণাটির অবস্থানের সাথে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির লেখচিত্র অঙ্কন করো। (২+২+২)+(২+২+১+১)

- ৮। (ক) কেন্দ্রগ বল (সেন্ট্রাল ফোর্স) কাকে বলে? দেখাও যে, কেন্দ্রগ বল সংরক্ষণশীল।
 (খ) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলের অধীনে গতিশীল কোনো বস্তুকণার কৌণিক ভরবেগ সর্বদা অপরিবর্তিত থাকে।
 (গ) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলের অধীনে গতিশীল বস্তুকণার ক্ষেত্রীয় বেগ ধ্রুবক।
 (ঘ) গাউসের মহাকর্ষ সূত্রের সমাকল রূপটি লেখো।
 (ঙ) M ভরের একটি সুষ্ম নিরেট গোলকের অভ্যন্তরস্থ কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রপ্রাবল্যের মান নির্ণয় করো।

(১+২)+২+২+২+৩

- ৯। (ক) ধারারেখ প্রবাহ কী?
 (খ) রেনল্ডের সংখ্যা কাকে বলে?
 (গ) অভিকর্ষের উপস্থিতিতে একটি আদর্শ তরলের গতির ক্ষেত্রে অয়লারের সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা করো।
 (ঘ) α_A ও α_B প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট দুটি নল শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত আছে, যাদের মধ্যে দিয়ে জল প্রবাহিত হচ্ছে। A ও B বিন্দুতে প্রবাহীর গতিবেগের অনুপাত নির্ণয় করো। দুটি বিন্দুতে চাপের অনুপাত নির্ণয় করো।



২+২+৪+৪

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

1. Answer **any five** questions :

3×5

(a) Evaluate $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x^2 + 2x - 15}$.

(b) What is the integrating factor for the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = x$?

(c) Find the unit vector perpendicular to the vectors $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.

(d) If $\phi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, what is $\vec{\nabla}\phi$?

(e) Write down the expression for \hat{r} and $\hat{\theta}$ in terms of \hat{i} and \hat{j} . Hence, show that $\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$ (Symbols have their usual meanings).

(f) Show that for a conservative force field, the work done along a closed path is zero.

Please Turn Over

(5358)

- (g) State Kepler's law for planetary motion.
 (h) Establish Stoke's law for a sphere moving through a fluid from dimensional analysis.

Answer **any five** questions, taking at least **one** question from **each Group**.

Group - A

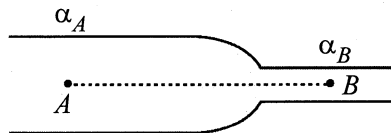
2. (a) Plot the function $f(x) = \frac{1}{x-1}$ vs x .
 (b) Given $f(x, y) = x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$, show that $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 3f(x, y)$.
 (c) Write down the Taylor series of $f(x) = \frac{1}{x^2}$ about the point $x = 1$.
 (d) Examine whether the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{5-3x^2y}{x^3}$ is exact and solve the equation. 2+2+4+(1+3)
3. (a) Find the unit normal on the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $z = x^2 + y^2 - 3$ and hence, find the angle between the surfaces at the point $(2, -1, 2)$.
 (b) In what direction from $(3, 1, -2)$ is the magnitude of the directional derivative of $\phi = x^2y^2z^4$ maximum? Find this maximum magnitude.
 (c) State Gauss' divergence theorem. (2+2+2)+4+2
4. (a) Show that the vector field given by,

$$\vec{A} = 3x^2y\hat{i} + (x^3 - 2yz^2)\hat{j} + (3z^2 - 2y^2z)\hat{k}$$
 is irrotational but not solenoidal everywhere.
 Also, find $\phi(x, y, z)$ such that $\vec{\nabla}\phi = \vec{A}$.
 (b) Draw a spherical polar coordinate system (r, θ, ϕ) . Write down the relation between Cartesian coordinates (x, y, z) and spherical polar coordinate (r, θ, ϕ) . (2+2+2)+(3+3)

Group - B

5. (a) State and prove the principle of conservation of angular momentum for a single of particle.
 (b) Find the torque acting on a body with angular momentum $\vec{L} = 6t^2\hat{i} - (2t+1)\hat{j} + (12t^3 - 8t^2)\hat{k}$ at $t = 1$ sec.

- (c) A ball of mass m_1 is having a perfectly elastic head on collision with another ball of mass m_2 , which is stationary. Find the change in kinetic energy of the ball of mass m_1 .
- (d) Find out the angle between the force acting and the momentum of a body if the momentum is $\vec{p} = \hat{i}2 \cos \omega t + \hat{j}2 \sin \omega t$. 4+2+4+2
6. (a) Find out the work done by the force $\vec{F} = (5xy - 6x^2)\hat{i} + (2y - 4x)\hat{j}$ in moving a body along the curve $y = x^3$ from the point (0, 0) to (2, 8).
- (b) What do you mean by centre of mass? Write down its expression. Show that the centre of mass for a system of particles are unique.
- (c) Three equal masses are placed at the three vertices of an equilateral triangle. Find the centre of mass. 4+(2+3)+3
7. (a) Define point of stable equilibrium and point of unstable equilibrium. The potential function of a particle is given by $U(x) = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 48x$. Find the points of stable and unstable equilibrium.
- (b) Consider a particle moving in simple harmonic motion. Deduce the expression for the kinetic energy and the potential energy at any point of the motion. Show that the total energy is conserved. Draw the kinetic energy and potential energy curves with respect to the position of the particle. (2+2+2)+(2+2+1+1)
8. (a) Define central force. Show that it is conservative in nature.
- (b) Show that angular momentum remain conserved for a particle moving under central force field.
- (c) Show that the areal velocity of a particle moving under central force field is constant.
- (d) Write down the Gauss' law of Gravitation in integral form.
- (e) Find the gravitation field at any point inside a uniform solid sphere of mass M . (1+2)+2+2+2+3
9. (a) Define streamline motion.
- (b) What is Reynold's number?
- (c) Establish Euler's equation for an ideal fluid moving in the presence of gravity.
- (d) Water is passing through the combination of two tubes of cross-section α_A and α_B connected in series. Find out the ratio of the velocities at the two points A and B . Hence, find the ratio of the pressures at those points.



2+2+4+4