2025

PHYSICS — MINOR

Paper : MN-1

(Basic Physics - I)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১। ***যে-কোনো পাঁচটি*** প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এই দুটি ভেক্টর দ্বারা গঠিত সমতলের উপর লম্ব যে-কোনো ভেক্টর নির্ণয় করো। ৩

(খ) স্টোকসের সূত্র ব্যবহার করে, প্রমাণ কর $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\varphi = 0$. ৩

(গ) সংরক্ষী বলক্ষেত্র বলতে কী বোঝো? একটি সংরক্ষী বলক্ষেত্রে গতিশীল একটি কণার বিভব $V(x, y) = kxy^3$ (k ধ্রুবক) হলে কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বল নির্ণয় করো। ৩

(ঘ) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{2}{x}y = \sin x$ সমীকরণটির ইন্টিগ্রেটিং ফ্যাক্টর (Integrating Factor) নির্ণয় করো। ৩

(ঙ) $\hat{i}, \hat{j}$-এর সাপেক্ষে পোলার স্থানাঙ্কর (r, θ) একক ভেক্টর $\hat{e}_r$ এবং $\hat{e}_\theta$-এর রাশিমালা লেখো। পোলার ও কার্তেসীর স্থানাঙ্কের একক ভেক্টরগুলির মধ্যে পার্থক্য কী? ১+১+১

(চ) সেন্ট্রাল ফোর্স ফিল্ড (Central force field) বলতে কী বোঝো? দুটি উদাহরণ দাও। ৩

(ছ) দেখাও যে, একটি কণাকে সরাতে কৃতকার্য তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান। ৩

(জ) তরল প্রবাহের ক্ষেত্রে সন্ততি সমীকরণটি (Equation of Continuity) লেখো। সমীকরণটির ভৌত তাৎপর্য উল্লেখ করো। ৩

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও (***প্রতিটি বিভাগ*** থেকে অন্তত ***একটি*** প্রশ্ন নিয়ে)।

বিভাগ - ক

২। (ক) মান নির্ণয় করো ঃ $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x) - x}{x^2}$.

(খ) $x = \pi$ বিন্দুর সাপেক্ষে $f(x) = \cos x$ অপেক্ষকটির টেলর শ্রেণি (Taylor series) নির্ণয় করো।

Please Turn Over

(গ) $y = |x|$ অপেক্ষকটির লেখচিত্র অঙ্কন করো। এই অপেক্ষকটির ডোমেইন (domain) এবং রেঞ্জ (range) লেখো।

(ঘ) সমাধান করো ঃ $\left(y^2e^{xy^2} + 4x^3\right)dx + \left(2xye^{xy^2} - 3y^2\right)dy = 0.$ ৩+৩+(১+১)+৪

৩। (ক) 'm' এর মান নির্ণয় করো যার জন্য নিম্নলিখিত ভেক্টরগুলি $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}; \hat{i} - m\hat{j} + \hat{k}$ এবং $3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ সমতলীয় হয়।

(খ) (–1, –1, 2) বিন্দুতে $xy^3z^2 = 4$ তলের পৃষ্ঠের উপর একক অভিলম্ব ভেক্টরটি নির্ণয় করো।

(গ) ভেক্টরের ডাইভারজেন্স উপপাদ্যটি লেখো। দেখাও $\vec{V} = (x + 3y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{j} + (x - 2z)\hat{k}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি সলিনয়ডাল (solenoidal)।

(ঘ) S তল দ্বারা আবদ্ধ কোনো একটি আয়তন V এর জন্য দেখাও $\oiint_S \vec{r}.d\vec{S} = 3V$ । ৩+৩+(২+২)+২

৪। (ক) একটি ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{A}$ -এর সমাকলনের পরিপ্রেক্ষিতে স্টোকসের উপপাদ্যটি (Stoke's Theorem) লেখো।

(খ) $\vec{F} = \left(y^2 \cos x + z^3\right)\hat{i} + (2y\sin x - 4)\hat{j} + \left(3xz^2 + 2\right)\hat{k}$ ভেক্টর ক্ষেত্রটি ঘূর্ণনশীল (rotational) না কি অঘূর্ণনশীল (irrotational) তা প্রতিষ্ঠা করো।

(গ) একটি গোলীয় পোলার স্থানাংক $(\gamma, \theta, \varphi)$ ব্যবস্থা অঙ্কন করো। প্রতিটি স্থানাংকের সীমা নির্দেশ করো।

(ঘ) গোলীয় নির্দেশতন্ত্রে (spherical polar coordinates) (γ, θ, ϕ) আয়তন এককের (volume element) রাশিমালা লেখো। এর থেকে a ব্যাসার্ধের একটি গোলকের আয়তন নির্ণয় করো। ২+২+(২+২)+(১+৩)

বিভাগ - খ

৫। (ক) কণাসমষ্টির ক্ষেত্রে রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বিবৃত ও প্রমাণ করো।

(খ) একটি 5 মি./সে. বেগে গতিশীল বিলিয়ার্ড বল একই ভরের একটি স্থির বলকে আঘাত করে। সংঘর্ষের পর প্রথম বলটি মূল গতিপথের সাথে 30° কোণে 4.33 মি./সে. বেগে চলতে থাকে। সংঘর্ষটি স্থিতিস্থাপক ধরে নিয়ে (ঘর্ষণ ও ঘূর্ণন গতি উপেক্ষা করে) আঘাতপ্রাপ্ত বলটির বেগ নির্ণয় করো।

(গ) দুটি জড়ত্বীয় নির্দেশতন্ত্র S এবং S' এর মধ্যে গ্যালিলিও রূপান্তর সম্পর্কগুলি লেখো যেখানে S' নির্দেশতন্ত্রটি S নির্দেশতন্ত্রের সাপেক্ষে সাধারণ x - x' অক্ষ বরাবর একটি স্থির বেগে গতিশীল। দেখাও যে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রটি গ্যালিলিও রূপান্তরের অধীনে অপরিবর্তিত থাকে। (১+৩)+৪+(২+২)

৬। (ক) দেখাও যে, কোন কণাসমষ্টির মোট গতিশক্তি, সমষ্টির ভরকেন্দ্রের গতিজনিত গতিশক্তি এবং ভরকেন্দ্রের সাপেক্ষে কণাসমষ্টির গতিজনিত গতিশক্তির যোগফলের সমান।

(খ) 'm' ভরের একটি বস্তু x-y সমতলের উপর গতিশীল, যার স্থানাঙ্ক ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\, a\cos wt + \hat{j}\, b\sin wt$, দেখাও যে, কণাটি সরল দোলগতিতে চলমান।

(গ) 10 গ্রাম ভরের একটি বস্তু সরল দোলগতিতে চলমান, যেখানে সরল দোলগতির বিস্তার 24 সে.মি এবং সময়কাল 4 সেকেন্ড। যদি $t = 0$ সময়ে বস্তুর সরণ +24 সে.মি. হয়,

(অ) $t = 0.5$s সময়ে বস্তুর অবস্থান নির্ণয় করো।

(আ) $t = 0.5$s সময়ে বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান ও দিক নির্ণয় করো।

(ই) বস্তুটি তার প্রাথমিক অবস্থান থেকে $x = -12$ সে.মি. অবস্থানে পৌঁছানোর জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন সময় নির্ণয় করো।

(ঈ) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি নির্ণয় করো। ৪+২+(১+২+২+১)

৭। (ক) ধরা যাক একটি বিভব ক্ষেত্র $U(x) = \frac{-1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4$। এক্ষেত্রে সুস্থিত সাম্যবিন্দু এবং অস্থিত সাম্যবিন্দুগুলি নির্ণয় করো।

(খ) কোন একটি কণাভরের কৌণিক ভরবেগ $\vec{L} = (3t)\hat{i} - (t^3)\hat{j} + 2\hat{k}$ kg-m/s হলে $t = 3$ সেকেণ্ডে ঐ কণার উপর প্রযুক্ত টর্কের মান নির্ণয় করো।

(গ) A ও B দুটি ঘূর্ণায়মান বস্তুর জড়তাভ্রামক যথাক্রমে I_A এবং I_B যেখানে $I_A > I_B$। তাদের কৌণিক ভরবেগ সমান হলে গতিশক্তি কোন্‌টির বেশি?

(ঘ) xy-তলে মূলবিন্দুকে কেন্দ্র করে 3 একক ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার ch পথে একটি কণাকে একবার ঘুরিয়ে আনতে কৃতকার্য নির্ণয় করো, যেখানে বল ক্ষেত্রটি হল $\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + y)\hat{j} + (3x - 2y)\hat{k}$. ৪+২+৩+৩

৮। (ক) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বল ক্ষেত্র (সেন্ট্রাল ফোর্স ফিল্ড) একটি সংরক্ষণশীল বল।

(খ) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলের প্রভাবে গতিশীল কোন বস্তুকণার কৌণিক ভরবেগ অপরিবর্তিত থাকে।

(গ) কেন্দ্রগ বলের প্রভাবে গতিশীল একটি কণার গতিপথের সমীকরণ $r = r_0\, e^{-\alpha\theta}$ (r_0, α ধ্রুবক)। কেন্দ্রগ বলের সূত্রটি নির্ণয় করো।

(ঘ) M ভরের একটি সুষম পাতলা গোলীয় খোলকের অভ্যন্তরে ও বাহিরে কোন বিন্দুর জন্য মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের রাশিমালা নির্ণয় করো। ২+২+৪+৪

৯। (ক) বার্নোলির নীতিটি বিবৃত করো।

(খ) (অ) অভিকর্ষের উপস্থিতিতে একটি আদর্শ তরলের গতির ক্ষেত্রে অয়লারের সমীকরণটি (Euler's equation) প্রতিষ্ঠা করো।

(আ) এর থেকে প্রমাণ করো যে, স্থির তরলের ভেতরে h উচ্চতার ব্যবধানে দুটি বিন্দুর মধ্যে চাপের পার্থক্য হল $h\rho g$ যেখানে ρ তরলের ঘনত্ব এবং g অভিকর্ষজ ত্বরণ।

(গ) ধারারেখা (streamlines) কী? কেন দুটি ধারারেখা কখনো পরস্পরকে ছেদ করতে পারে না তা ব্যাখ্যা করো। ২+(৪+৩)+(১+২)

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

1. Answer ***any five*** questions :

(a) Determine any vector perpendicular to the plane formed by $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$. 3

(b) Using Stoke's law, prove that $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\varphi = 0$. 3

(c) Define conservative force field. The potential energy of a particle moving in a conservative force field is $V(x, y) = kxy^3$, where k is a constant. Determine the force acting on the particle. 3

(d) Find the integrating factor for : $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = \sin x$. 3

(e) Write down the expressions of unit vectors $\hat{e}_r$ and $\hat{e}_\theta$ in polar coordinates (r, θ) in terms of $\hat{i}, \hat{j}$. What is the difference between the unit vectors in Polar and Cartesian coordinates? 1+1+1

(f) What do you mean by central force field? Give two examples. 3

(g) Show that, the work done in moving a particle is equal to its change in kinetic energy. 3

(h) State the Equation of Continuity in fluid flow. Mention its physical significance. 3

Answer ***any five*** questions taking at least ***one*** question from ***each Group.***

Group - A

2. (a) Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$.

(b) Find the Taylor series for $f(x) = \cos x$ centered at $x = \pi$.

(c) Draw the graph of $y = |x|$. Write the domain and range of the above function.

(d) Solve : $\left(y^2 e^{xy^2} + 4x^3\right)dx + \left(2xye^{xy^2} - 3y^2\right)dy = 0$. 3+3+(1+1)+4

3. (a) Find m so that the vectors $2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$; $\hat{i} - m\hat{j} + \hat{k}$ and $3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$ are co-planar.

(b) Find the unit normal to the surface $xy^3z^2 = 4$ at $(-1, -1, 2)$.

(c) State divergence theorem of vector. Show that the vector field

$$\vec{V} = (x + 3y)\hat{i} + (y - 2z)\hat{k} + (x - 2z)\hat{k}$$

is solenoidal.

(d) Show that $\oiint_S \vec{r}.d\vec{S} = 3V$, where V is a volume enclosed by the surface S. 3+3+(2+2)+2

4. (a) Write down Stoke's Theorem in the context of integration of a vector field $\vec{A}$.

(b) Establish whether a vector field $\vec{F} = \left(y^2 \cos x + z^3\right)\hat{i} + (2y\sin x - 4)\hat{j} + \left(3xz^2 + 2\right)\hat{k}$ is rotational or irrotational.

(c) Draw a spherical polar coordinate system (r, θ, φ). Indicate the range of each coordinates.

(d) Write down the expression of volume element in spherical polar coordinates (r, θ, ϕ). Hence derive the volume of a sphere of radius a. 2+2+(2+2)+(1+3)

Group - B

5. (a) State and prove the Law of Conservation of Linear Momentum for a system of particles.

(b) A billiard ball moving at 5 m/s strikes a stationary ball of the same mass. After the collision, the first ball moves at 4.33 m/s at an angle of 30° with respect to the original line of motion. Assuming an elastic collision (and ignoring friction and rotational motion), find the velocity of the struck ball's.

(c) Write down Galilean transformation relations between two inertial frames S and S$'$, where S' is moving along the common x - x' axis with respect to S with a constant velocity. Show that Newton's second law of motion is invariant under Galilean transformation. (1+3)+4+(2+2)

6. (a) Prove that, the total kinetic energy of a system of particles is equal to the kinetic energy of motion of the center of mass plus the kinetic energy of motion of the system about the center of mass.

(b) A body of mass 'm' moves in x-y- plane with the position vector given by $\vec{r} = \hat{i}\, a\cos wt + \hat{j}\, b\sin wt$, show that the motion of the particle is simple harmonic.

(c) A body of mass 10 gm moves with S.H.M. of amplitude 24 cm and period 4s. The displacement is +24 cm, when t = 0. Find—

(i) the position of the body when t = 0.5s.

(ii) the magnitude and direction of the force acting on the body when t = 0.5s.

(iii) the minimum time required for the body to move from its initial position to the point where, x = – 12 cm.

(iv) the maximum kinetic energy of the body. 4+2+(1+2+2+1)

7. (a) Consider a potential field given by $U(x) = -\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{4}$. Find out the stable and unstable equilibrium points.

(b) The angular momentum of a particle is $\vec{L} = (3t)\hat{i} - \left(t^3\right)\hat{j} + 2\hat{k}$ kg-m/s . Find the torque acting on the particle at t = 3 seconds.

(c) Two rotating bodies A and B of moment of inertia I_A and I_B respectively ($I_A > I_B$) have equal angular momentum. Which one will have greater kinetic energy?

(d) Find the work done in moving a particle once around a circle C in the xy-plane with its center at the origin, its radius 3 units and the force field is given by

$$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + y)\hat{j} + (3x - 2y)\hat{k}.$$

4+2+3+2

8. (a) Show that, central force field is conservative.

(b) Show that the angular momentum remains conserved for a particle moving under central force field.

(c) The trajectory of a particle moving under a central force field is given by $r = r_0 e^{-\alpha\theta}$ (r_0, α const.). Find out the expression of the central force.

(d) Find the expression for the gravitational field due to a uniform thin spherical shell of mass M for points both inside and outside the sphere. 2+2+4+4

9. (a) State Bernoulli's principle.

(b) (i) Establish Euler's equation for an ideal fluid moving in the presence of gravity.

(ii) Hence, show that in a fluid at rest, the pressure difference between two points inside the fluid, separated by a vertical height h is $h\rho g$, where ρ is the density of the fluid and g is acceleration due to gravity.

(c) What are streamlines? Explain why two streamlines can never intersect. 2+(4+3)+(1+2)