2026

PHYSICS — MDC

Paper : CC-5

(Electromagnetism)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

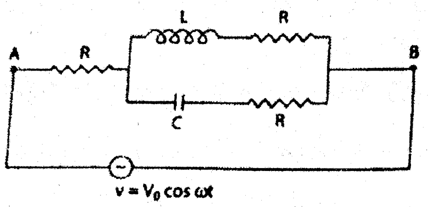
১নং প্রশ্নের উত্তর দাও এবং অবশিষ্ট প্রশ্নগুলির মধ্য থেকে *যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। *যে-কোনো পাঁচটি* প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(ক) ফ্যারাডের তড়িৎচুম্বকীয় আবেশ সূত্র থেকে শুরু করে নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠা করো ঃ ৩

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

(খ) নিম্নলিখিত বর্তনীর A ও B প্রান্তদ্বয়ের মধ্যে প্রতিবন্ধকতা (Impedance) নির্ণয় করো। অতঃপর অ্যাডমিট্যান্স (Admittance)-এর রাশিমালা (expression) নির্ণয় করো। ২+১



(গ) $X-Y$ তলে তড়িৎক্ষেত্রটি নিম্নরূপ ঃ

$$\vec{E} = 2ax\hat{i} + by\hat{j}.$$

এই তড়িৎক্ষেত্রের জন্য দায়ী আধান ঘনত্ব (charge density) নির্ণয় করো। ৩

(ঘ) $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ এবং $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ -এর মাত্রা (dimension) নির্ণয় করো। ১½+১½

(ঙ) একটি তড়িৎপ্রবাহ বন্টনের জন্য চৌম্বকীয় ভেক্টর বিভব (magnetic vector potential)

$$\vec{A}(x,y,z) = x^2y\hat{i} + y^2x\hat{j} - xyz\hat{k}$$

দ্বারা প্রদত্ত। (–1, 2, 5) বিন্দুতে সংশ্লিষ্ট চৌম্বকক্ষেত্র নির্ণয় করো। ৩

(চ) একটি $+3\mu C$ বিন্দু আধানকে একটি অসীম বিস্তৃত ভূমিসংযুক্ত (grounded) পরিবাহী সমতল থেকে 5 cm দূরে স্থাপন করা হয়েছে। এর প্রতিচ্ছবি আধানের (image charge) মান ও চিহ্ন নির্ণয় করো। ২+১

Please Turn Over

(ছ) নিম্নলিখিত সম্পর্কটি প্রতিপাদন করো ঃ ৩

$$\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho_{free}$$

২। (ক) তড়িৎ মেরুকরণ (Electric Polarization, P) এবং তড়িৎ গ্রহণক্ষমতা (Electric Susceptibility, χ_e) সংজ্ঞায়িত করো। অতঃপর এদের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন করো।

(খ) যদি কোনো ডাইইলেকট্রিকের (dielectric) মেরুকরণ $P = 2.0\times10^{-7}$ C/m^2 এবং তড়িৎক্ষেত্র (electric field) $E = 1.0\times10^4$ V/m হয়, তবে তড়িৎ গ্রহণক্ষমতা (χ_e) নির্ণয় করো।

(গ) তড়িৎ স্থানচ্যুতি ভেক্টর (Electric Displacement Vector), D-এর সংজ্ঞা দাও। প্রতিপাদন করো যে, $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ ।

(ঘ) কোনো ডাইইলেকট্রিকের তড়িৎ গ্রহণক্ষমতা $\chi_e = 3$ হলে, তার আপেক্ষিক ভেদ্যতা (Relative Permittivity) নির্ণয় করো। (১+১+২)+২+(১+৩)+২

৩। (ক) বায়ো-সাভার্ট (Biot-Savart) সূত্র ব্যবহার করে একটি সরলরৈখিক তড়িৎবাহী পরিবাহকের জন্য কোনো বিন্দুতে চৌম্বকক্ষেত্রের রাশিমালা নির্ণয় করো। অতঃপর দেখাও যে, একটি অসীম দৈর্ঘ্যের সরল রৈখিক তড়িৎবাহী পরিবাহকের ক্ষেত্রে,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a},$$

যেখানে a হল বিন্দুটি থেকে পরিবাহকের উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্ব।

(খ) একটি দীর্ঘ সরলরৈখিক তারে 2 A তড়িৎ প্রবাহিত হচ্ছে। তারটি থেকে 20 cm লম্ব দূরত্বে একটি প্রোটন অবস্থিত। প্রোটনের অবস্থানে চৌম্বকক্ষেত্রের মান নির্ণয় করো।

(গ) দেখাও যে, $\vec{B} = 2(\hat{i}x + \hat{j}y)$ একটি চৌম্বকক্ষেত্রকে নির্দেশ করতে পারে না।

(ঘ) নিম্নলিখিত চৌম্বকক্ষেত্রের জন্য সংশ্লিষ্ট স্থিতিশীল তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব (steady current density) $\vec{j}$ নির্ণয় করো ঃ

$$\vec{B} = 5(\hat{i}y - \hat{j}x)$$

(৪+২)+২+২+২

৪। (ক) স্থানচ্যুতি তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব (Displacement Current Density) কী? এর রাশিমালা লেখো।

(খ) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণসমূহ থেকে ধারাবাহিকতার সমীকরণ (Continuity Equation) প্রতিষ্ঠা করো।

(গ) একটি তামার পরিবাহককে নিম্নলিখিত সময়-পরিবর্তনশীল বৈদ্যুতিক ক্ষেত্রে $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$ -এর অধীন করা হয়েছে। যেখানে, $\omega = 2\pi\times100$ rad s^{-1} । পরিবহন তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব (Conduction Current Density) এবং স্থানচ্যুতি তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব (Displacement Current Density)-এর তুলনা করো।

প্রদত্ত ঃ $\sigma = 5.9\times10^7\Omega^{-1}\text{m}^{-1}, \epsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F m^{-1}, $j = \sqrt{-1}$ ।

(ঘ) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণসমূহ ব্যবহার করে সমদিকীয় পরাবৈদ্যুতিক (isotropic dielectric) মাধ্যমে সঞ্চারিত তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্র ভেক্টরের জন্য তরঙ্গ সমীকরণ (Wave Equation) প্রতিপাদন করো।

(ঙ) নিম্নলিখিত সাইনুসয়েডাল (sinusoidal) সময়পরিবর্তনশীল (time varying) তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রের জন্য পয়েন্টিং ভেক্টরের (Poynting Vector) সময়-গড় মান নির্ণয় করো ঃ

$$\vec{E} = \vec{E_0}\sin\omega t \text{ and } \vec{H} = \vec{H_0}\sin\omega t$$

২+২+৩+৩+২

৫। (ক) গতিজ তড়িৎচালক বল (Motional e.m.f.) কী? একটি সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান পরিবাহী দণ্ড সমসত্ত্ব চৌম্বকক্ষেত্রে ঘুরলে তার দুই প্রান্তের মধ্যে আবিষ্ট তড়িৎচালক (induced e.m.f.) বলের রাশি প্রতিপাদন করো।

(খ) স্বাবেশ গুণাঙ্ক (Coefficient of Self-inductance) কী? দেখাও যে, একটি আবেশকের (Inductor) মধ্যে সঞ্চিত চৌম্বকশক্তি $\frac{1}{2}LI^2$, যেখানে L স্বাবেশ গুণাঙ্ক এবং I আবেশকের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎ।

(গ) দেখাও যে, একটি বৃত্তাকার কুণ্ডলীর স্ব-আবেশের সহগ কুণ্ডলীর পাকসংখ্যার বর্গের সমানুপাতিক, অর্থাৎ $L \propto n^2$, যেখানে n কুণ্ডলীর পাকসংখ্যা।

(ঘ) একটি নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কুণ্ডলীর পাকসংখ্যা 500 হলে তার স্বাবেশ গুণাঙ্ক 50 mH। একই ব্যাসার্ধের অপর একটি বৃত্তাকার কুণ্ডলীর পাকসংখ্যা 1000 হলে তার স্বাবেশ গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। (২+২)+(২+২)+২+২

৬। (ক) ধারকের (Capacitor) চার্জিং (Charging) বলতে কী বোঝো? ব্যাখ্যা করো।

(খ) একটি তড়িৎচালক বল E-বিশিষ্ট ডি.সি. উৎস (d.c. source) একটি রোধ R এবং ধারকত্ব C-বিশিষ্ট ধারক নিয়ে গঠিত শ্রেণি (Series) বর্তনীতে সংযুক্ত করা হয়েছে। বর্তনীটির তাৎক্ষণিক তড়িৎচালক বলের সমীকরণ লেখো। অতঃপর, চার্জিং প্রক্রিয়ায় সময়ের সঙ্গে ধারকের উপর সঞ্চিত আধানের রাশি প্রতিপাদন করো।

এছাড়াও, বর্তনীটির সময় ধ্রুবক (Time Constant) সংজ্ঞায়িত করো এবং এর রাশি লেখো।

(গ) একটি শ্রেণি RC বর্তনীতে, ধারকত্ব $C = 20\ \mu F$ এবং রোধ $R = 0.05\ M\Omega$.

নির্ণয় করো—

(অ) ধারকটি সর্বাধিক আধানের অর্ধেক আধান অর্জন করতে কত সময় নেবে।

(আ) বর্তনীটির সময় ধ্রুবক (Time Constant)।

(ঘ) একটি আধানযুক্ত (charged) ধারককে একটি রোধ R-এর মাধ্যমে ডিসচার্জ করা হল। দেখাও যে, ধারকে প্রাথমিকভাবে সঞ্চিত সমগ্র শক্তি রোধে তাপশক্তি হিসেবে সম্পূর্ণরূপে অপচয়িত (dissipated) হয়। ২+(১+২+১)+(২+১)+৩

৭। (ক) নিম্নলিখিত তড়িৎপ্রবাহের গড়বর্গের বর্গমূল (r.m.s.) মান নির্ণয় করো : $i = i_0 + i_1\cos(\omega t + \theta)$।

(খ) পরিবর্তী তড়িৎ (A.C.) বর্তনীর ক্ষেত্রে ক্ষমতা গুণাঙ্ক (Power Factor) এবং ওয়াটহীন তড়িৎপ্রবাহ (Wattless Current) বলতে কী বোঝো? ব্যাখ্যা করো।

(গ) নিম্নলিখিত পরিবর্তী বিভবের গড় মান (Average Value) নির্ণয় করো—

$$v(t) = \begin{cases} v_0 \sin\omega t, & 0 \le \omega t \le \pi, \\ 0, & \pi < \omega t \le 2\pi. \end{cases}$$

(ঘ) একটি শ্রেণি RL বর্তনীতে, একটি রোধ R এবং স্বাবেশ গুণাঙ্ক L-বিশিষ্ট আবেশকের সঙ্গে একটি সাইনুসয়েডাল (sinusoidal) তড়িৎচালক বল E প্রয়োগ করা হয়েছে।

বর্তনীতে প্রবাহিত তাৎক্ষণিক তড়িৎপ্রবাহের (Instantaneous current) রাশি প্রতিপাদন করো। অতঃপর, ফেজর (ভেক্টর) চিত্র ব্যবহার করে দেখাও যে, তড়িৎপ্রবাহ প্রযুক্ত তড়িৎচালক বলের তুলনায় ϕ কোণে পশ্চাদ্বর্তী (lags behind) হয়।

৩+(২+১)+৩+(২+১)

[English Version]

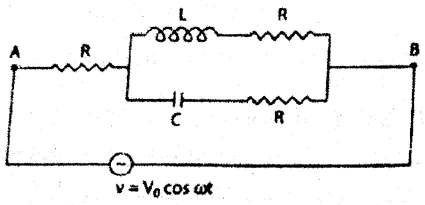
The figures in the margin indicate full marks.

Answer ***question no.*** **1** and ***any five*** questions from the rest.

1. Answer ***any five*** questions :

   (a) Establish the relation $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ starting from Faraday's law of electromagnetic induction. 3

   (b) Determine the impedance between terminals A and B of the following circuit. Hence, derive the expression for the admittance. 2+1



   (c) The electric field in the $X-Y$ plane is given by : $\vec{E}=2ax\hat{i}+by\hat{j}$. What is the charge density responsible for this field? 3

   (d) Find the dimension of $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ and $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. 1½+1½

   (e) A current distribution gives rise to the magnetic vector potential

   $\vec{A}(x,y,z)=x^2y\hat{i}+y^2x\hat{j}-xyz\hat{k}$. Find the corresponding magnetic field at (–1, 2, 5). 3

   (f) A point charge of $+3\mu C$ is placed 5 cm in front of an infinite grounded conducting plane. Determine the magnitude and sign of the image. 2+1

   (g) Establish the relation $\vec{\nabla}.\vec{D}=\rho_{free}$. 3

2. (a) Define electric polarization (P) and electric susceptibility (χ_e). Hence, derive the relation between them.

   (b) If the polarization of a dielectric P = 2.0×10^{-7} C/m^2 and the electric field is E = 1.0×10^4V/m, calculate the electric susceptibility (χ_e).

   (c) Define electric displacement vector D. Establish the relation $\vec{D}=\epsilon_0\vec{E}+\vec{P}$.

   (d) The dielectric has electric susceptibility $\chi_e = 3$. Find its relative permittivity.

(1+1+2)+2+(1+3)+2

3. (a) Using the Biot-Savart law, derive the expression for the magnetic field at a point due to a straight current-carrying conductor. Hence, show that for an infinitely long straight current-carrying conductor, $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$, where a is the perpendicular distance from a point to the conductor.

(b) A long straight wire carries a current of 2A. A proton is located at a perpendicular distance of 20 cm from the wire. Calcuate the magnetic field at the position of the proton.

(c) Show that $\vec{B} = 2(\hat{i}x + \hat{j}y)$ cannot represent a magnetic field.

(d) Determine the steady current density $\vec{J}$ corresponding to the magnetic field $\vec{B} = 5(\hat{i}y - \hat{j}x)$.

(4+2)+2+2+2

4. (a) Define displacement current density. Write its expression.

(b) Establish the continuity equation from Maxwell's equations.

(c) A copper conductor is subjected to a time-varying electric field $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-j\omega t}$, where $\omega = 2\pi \times 100$ rad s^{-1}. Compare the conduction current density and the displacement current density. Given : $\sigma = 5.9 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F m^{-1}, and $j = \sqrt{-1}$.

(d) Using Maxwell's equations, derive the wave equation for the electric field vector of an electromagnetic wave propagating through an isotropic dielectric medium.

(e) Determine the time-averaged Poynting vector for the sinusoidally varying electric and magnetic field $\vec{E} = \vec{E_0} \sin \omega t$ and $\vec{H} = \vec{H_0} \sin \omega t$.

2+2+3+3+2

5. (a) What is motional e.m.f.? Derive the expression for the e.m.f. induced between the ends of a conducting rod rotating with uniform angular velocity in a uniform magnetic field.

(b) What is co-efficient of self-inductance? Show that the magnetic energy stored in an inductor is $\frac{1}{2} LI^2$, where L is the coefficient of self-inductance and I is the current through the inductor.

(c) Show that the coefficient of self-inductance of a circular coil is directly proportional to the square of the number of turns, i.e., $L \propto n^2$, where n is the number of turns of the coil.

(d) A circular coil of fixed radius has a self-inductance of 50 mH when it has 500 turns. Find the self-inductance of another circular coil of the same radius having 1000 turns.

(2+2)+(2+2)+2+2

6. (a) What do you mean by charging of a capacitor. Explain.

(b) A d.c. source of e.m.f. E is connected to a series circuit consisting of a resistor R and a capacitor of capacitance C. Write the instantaneous e.m.f. equation for the circuit. Hence, derive the expression for the charge on the capacitor as a function of time during the charging process. Also define the time constant of the circuit and write its expression.

(c) In a series RC circuit, the capacitance is $C = 20\ \mu F$ and the resistance is $R = 0.05\ M\Omega$. Calculate—

(i) the time required for the capacitor to attain half of its maximum charge, and

(ii) the time constant of the circuit.

(d) A charged capacitor is discharged through a resistor R. Show that the energy initially stored in the capacitor is completely dissipated as heat in the resistor. 2+(1+2+1)+(2+1)+3

7. (a) Determine the root mean square (r.m.s.) value of the current $i = i_0 + i_1 \cos(\omega t + \theta)$.

(b) What do you mean by the terms power factor and wattless current in connection with an a.c. circuit? Explain.

(c) Find the average value of the a.c. voltage represented by

$$v(t) = \begin{cases} v_0 \sin \omega t, & 0 \le \omega t \le \pi, \\ 0, & \pi < \omega t \le 2\pi. \end{cases}$$

(d) A sinusoidal e.m.f. E is applied to a series RL circuit containing a resistor of resistance R and an inductor of inductance L. Derive the expression for the instantaneous current. Using the phasor (vector) diagram, show that the current lags behind the applied e.m.f. by an angle ϕ.

3+(2+1)+3+(2+1)